

大問2

(1)

先生：白いタイルを並べていく問題だね～。いきなり(1)の7番目までだと難しいから、まずは、1～3番目までの正方形を作る時のタイルの全部の枚数を考えてみようか！

生徒：確かに、7番目はちょっといきなり難しいっすね。3番目までだったら、正直、問題にある図1の数を数えればいいから、、、全部で()個ですね！

先生：うん、正解だね！これ、気づくかな？1番目はタイルが1個で、2番目が4個、3番目が9個ってことは・・・

生徒：平方数ですね！

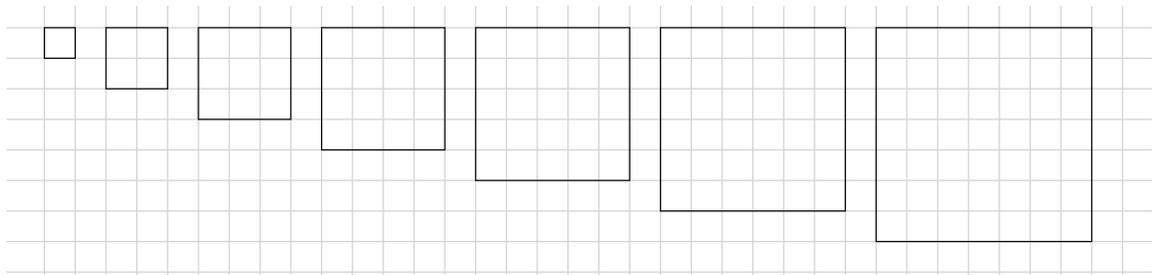
ってことは、() × () + () × () + () × () = () + () + () = () ですね！

先生：そうそう、平方数で考えればいいね！じゃあ、(1)はわかったね！先生が図を書いてみたから、もしわからなかったら参考にしな。

生徒：先生、やさすいー！

() + () + () + () + () + () + () = ()
ですね！

先生：正解だよ！よくできたね！



先生：じゃあ、(2)をやろう！

7番目までの正方形を手順通りに並べて、黒いタイルを求めよう！ってことだね。ちょっと、思い出して欲しいのは、入試問題ってのは、誘導があるってこと。だから、(1)がヒントになってないか？ってことを常に考えて進めていこうね！

生徒：はい！先生！かしこまりまり！ってことは、ヒントが(1)から(2)へあるってことだよなあ。うーん、(1)と(2)との共通点は、7番目ってこともあるし、、それくらいかな、、まだわかんないなあ・・・

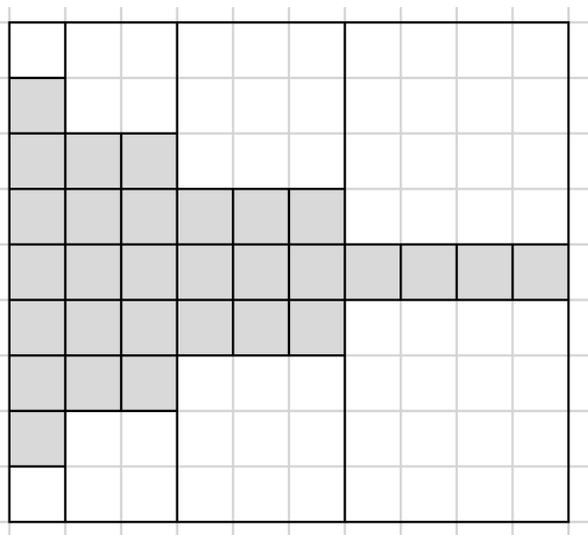
先生：そうだよね。そんな簡単にはわかんないよね～

じゃあ、せっかく図3があるんだから、まずはそこをみてみようよ！

生徒：わかりやした。そうだな黒の数って、そのまま数えたらよくないですか？黒いタイルは、30個ですね！

先生：もちろんそれも立派な解き方でいいね！よく頑張った！

でも、もしこれかが今後、数が大きくなったときに数えるのがしんどくなるよね。だから、なんかもっと違う方法で解けないか、考えてみようか。これって、上の方を見ると、白いタイルが、 $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ だね！お、黒いタイルと数が同じだね！そして、下の方の白いタイルも $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ だね！ってことは、黒いタイルって、黒と白を囲っている大きな、長方形から、白いタイルの個数を2倍した分を引けば良くないかな？



生徒：そっか！そこまでは先生、やっぱり、気づかないな。。難しい。でも、先生の言っていることはわかりますよ～

先生：そうそう、もちろん、今は難しくていいんだよ。これを徐々に経験して少しずつ慣れていこう。

生徒：ってことは先生、この場合は、 $10 \text{マス} \times 9 \text{マス} = 90 \text{マス}$ が全体でそこから、白いタイルである30枚の2倍の60枚を引けば、黒いタイルが30枚ってわかるわけですね！

先生：そうそう、よく論理的に考えられているね！そのまま、(2)の7番目もやってみてよ！

生徒：はい！かしこまりますいた。うーん、7番目ってことは、全体のタイルの数は、縦が()+()と隙間の1マスを足して、()マスで、横は、1～7番目の正方形の辺がくっついているから、()+()+()+()+()+()+()=()マスですね。
だから、縦() \times 横()=()マスが全体ですね！

先生：いいよー！いいよー！その調子！

生徒：ってことは、わかった！！全体のマスが()マスから、白いマスが7番目までは、(1)より()マスだから、これを2倍して、()マス。だから、全体から白いマスを引いてあげて、答えが()マスです！

先生：さすがだね！もうピンと来たようだね！素晴らしい！よく頑張った。ここまででも十分に素晴らしい！もうちょっと(3)までやってみる？

生徒：はい！やってみます！30番目までの全体のマスの数は、っていうと・・・横の数はわかりやすいな～。()+()+・・・()+()=だから、等差数列の和の公式で、()ですね。
じゃあ、縦はっていうと、30番目だから、 $30 \text{マス} \times 2 + 1$ で、61マスだね。
じゃあ、縦 \times 横で、全体は、()個。ってことは、この中には、白

のマス2倍分と黒いマスが含まれているから、全体のマスの数を()
で割ってあげればいいだね！だから、答えは、() \div ()
= () だ！
できたー！！

先生：おめでとう！！よく最後まで頑張ったね！偉すぎるー！！